

講義タイトル: 物理数学 (前期)

講義番号: 3221

担当教官: 藤原義和

連絡先: 物理教室 531 号室、内線 3875、fujiwara@ruby.scphys.kyoto-u.ac.jp

対象: 主として学部 3 回生

講義時間: 前期/水曜日/第 1 時限

講義室: 理学部 1 号館 301 号室

講義の概要: 「複素函数論とその応用」のうち、今年度は下記目次の 2-5. 有理型函数 から 3-4. 漸近展開までを講義する。すなわち、 Γ -函数等、物理でよく使われる特殊函数や初等函数を素材として、有理型函数、無限乗積展開、解析接続、部分分数展開、無限級数展開、漸近展開について概説する。また、調和函数や留数定理による定積分の計算についても学ぶ。

連絡事項: 講義の終わりに筆記試験を実施して、その結果により合否を決定する。(ノート、参考書持ち込み不可)

関連ある講義ケ藪: 函数論 I、II と重複して受講する必要はない。物理数学演習を履修すること。

修得しておくことが望ましい基礎知識: 下記目次の前半部分、すなわち、複素函数の初等的知識は仮定するので各自自習しておくこと。(http://www.ruby2.scphys.kyoto-u.ac.jp/person/fujiwara/butsusu.html 参照)

参考図書:

1. 高木貞治: 解析概論 (岩波)
2. 犬井鉄郎: 特殊函数 (岩波全書)
3. H. カルタン: 複素函数論 (岩波)
4. L. V. アールフォルス: 複素解析 (現代数学社)
5. W. T. Whittaker and G. N. Watson: A Course of Modern Analysis (Cambridge University Press)

目次:

1. 解析学の基礎

1-1. 複素数

1-2. 収束、べき級数、連続関数、一様収束

1-2-1. 数列の収束

1-2-2. 級数の収束

1-2-3. べき級数

1-2-4. 連続関数

1-2-5. 一様収束

- 1-3. 指数函数、対数函数
- 1-4. 領域、単連結、ホモトープ

2. 解析函数

2-1. 線積分

- 2-1-1. 微分形式
- 2-1-2. 微分形式の原始函数
- 2-1-3. 閉じた微分形式

2-2. 解析函数の基本諸定理

- 2-2-1. Cauchy-Riemann の関係
- 2-2-2. 原始函数の存在、Cauchy の定理
- 2-2-3. Cauchy の積分公式、Taylor 展開、Morera の定理
- 2-2-4. 零点の考察、解析的延長

2-3. 解析函数の特異点と留数

- 2-3-1. Laurent 展開
- 2-3-2. 無限遠点における解析函数

2-4. 整函数、形式的べき級数論との関係

2-5. 有理型函数

- 2-5-1. 定義と性質
- 2-5-2. 無限乗積
- 2-5-3. 「有理型函数 = 整函数 / 整函数」の証明
- 2-5-4. いくつかの例

2-6. 解析接続

- 2-6-1. 解析接続の原理
- 2-6-2. 一様収束する無限積分の諸定理
- 2-6-3. 無限積分によって表された解析函数
- 2-6-4. Γ -函数

2-7. 調和函数

- 2-7-1. 正則 1 形式と調和 1 形式
- 2-7-2. 調和関数
- 2-7-3. 平均値の性質
- 2-7-4. 与えられた実部をもつ正則函数
- 2-7-5. 調和函数展開
- 2-7-6. 最大値の原理、最小値の原理
- 2-7-7. Poisson の公式
- 2-7-8. 円盤に対する Dirichlet 問題
- 2-7-9. 平均値の性質による調和函数の特徴づけ
- 2-7-10. Schwartz の鏡像原理

3. 解析函数の応用

- 3-1. 留数定理による定積分の計算

- 3-1-1. 留数定理
- 3-1-2. 類型 1
- 3-1-3. 類型 2
- 3-1-4. Jordan の補題
- 3-1-5. 主値積分
- 3-1-6. Mellin 変換型の定積分
- 3-1-7. 類型 5
- 3-1-8. ある定積分
- 3-2. 部分分数展開
 - 3-2-1. 部分分数展開
 - 3-2-2. 無限乗積展開との関係
 - 3-2-3. Mittag-Leffler の定理
 - 3-2-4. 部分分数展開の一般化
- 3-3. 無限級数展開
 - 3-3-1. Darboux の公式
 - 3-3-2. Bernoulli 数
 - 3-3-3. Bernoulli 数の定積分による表現
 - 3-3-4. Bernoulli 数による和公式
 - 3-3-5. Γ -函数への応用 (Binet の第 2 公式)
- 3-4. 漸近展開
 - 3-4-1. 定義と性質
 - 3-4-2. Stirling 級数